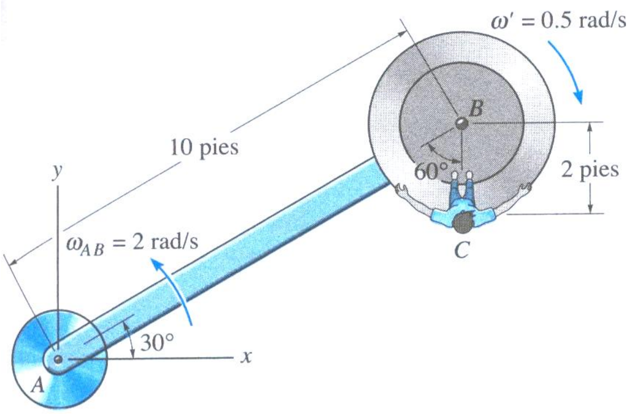
SOLUCIONARIO DE LA PRIMERA PRÁCTICA DE DINÁMICA

Fecha: 9 de Febrero del 2008

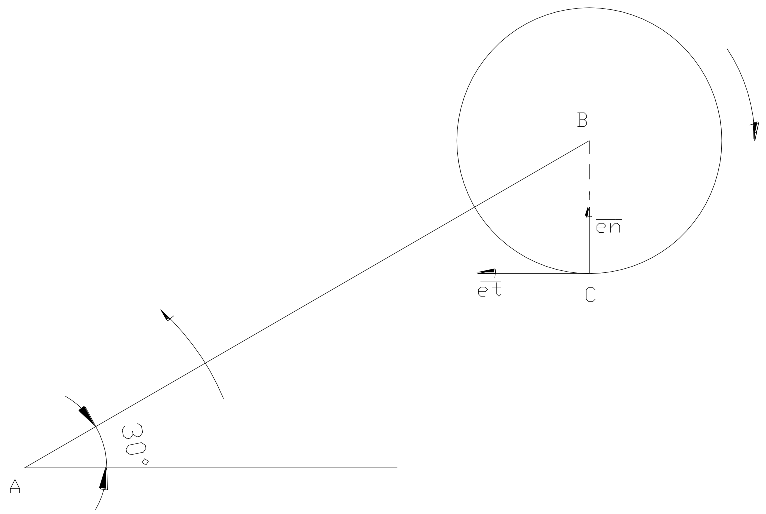
1.- Un juego en un parque de diversiones consta de un brazo giratorio AB con velocidad angular constante $\omega_{AB} = 2$ rad/s con respecto al punto A, y de un carro montado en el extremo del brazo que tiene velocidad angular constante $\omega' = 0.5$ rad/s, medida con relación al brazo. En el instante mostrado, usando coordenadas Natural en el carro, determine la velocidad y aceleración del pasajero instalado en C.



Solución

El marco móvil es AB y el punto base o conveniente es B

1).- Orientación de vectores unitarios que definen la coordenada natural en el carro.



2).- Cálculo del movimiento del marco móvil, la velocidad y aceleración del punto base o conveniente B.

$$\overline{\omega}_{AB/\Im} = -2\overline{e_b} \quad (rad/seg) \qquad \dot{\overline{\omega}}_{AB/\Im} = \overline{0}$$

$$\overline{v}_B = \overline{\omega}_{AB/\Im} x\, \overline{r}_{AB} = -2\overline{e_b} x 10(-\cos 30^\circ \overline{e_t} + \sin 30^\circ \overline{e_n}) = 10\overline{e_t} + 17.32\overline{e_n} \quad (pies/seg)$$

$$\overline{a}_B = -\omega^2{}_{AB/\Im}\, \overline{r}_{AB} = -4(-8.66\overline{e_t} + 5\overline{e_n}) = 34.64\overline{e_t} - 20\overline{e_n} \quad (pies/seg^2)$$

3).- Cálculo del movimiento de C respecto al marco móvil

$$\overline{r}_{BC} = -2\overline{e_n} \quad (pies/seg)$$

$$\overline{V}_{C/BC} = \omega' r_{BC}\, \overline{e_t} = 0.5x2\overline{e_t} = \overline{e_t} \quad (pies/seg)$$

$$\overline{a}_{C/AB} = \omega'^2 r_{BC}\, \overline{e_n} = 0.5^2 x2\overline{e_n} = 0.5\, \overline{e}_n \quad (pies/seg^2)$$

4).- Calculo de la velocidad y aceleración del pasajero en C

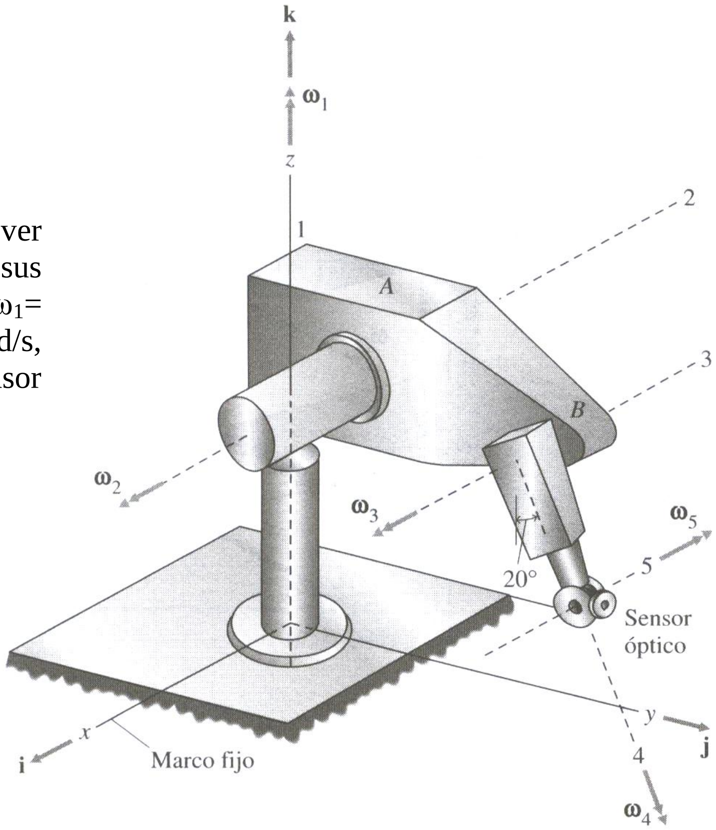
$$\overline{V}_C = \overline{V}_B + \overline{\omega}_{AB} x \, \overline{r}_{BC} + \overline{V}_{C/AB} \quad (pies/seg)$$
$$\overline{\omega}_{AB} x \, \overline{r}_{BC} = 2\overline{e}_b \; x \, (-2\overline{e}_b) = -4\overline{e}_t$$
$$\overline{V}_C = (10-4+1)\overline{e}_t + 17.32\overline{e}_n = 7\,\overline{e}_t + 17.32\,\overline{e}_n \quad (pies/seg)$$
$$\left|\overline{V}_C\right| = 18.681 \quad (pies/seg)$$

$$\overline{a}_C = \overline{a}_B - \omega^2{}_{AB/\Im}\,\overline{r}_{BC} + 2\overline{\omega}_{AB/\Im} x \, \overline{V}_{C/AB} + \overline{a}_{C/AB}$$

$$-\omega^2{}_{AB/\Im}\,\overline{r}_{BC} = -4(-2\overline{e}_n) = 8\overline{e}_n$$
$$2\overline{\omega}_{AB/\Im} x \, \overline{V}_{C/AB} = -4\,e_b x e_t = -4\overline{e}_n$$

$$\overline{a}_C = 34.64\overline{e}_t + (-20 + 8 - 4 + 0.5)\overline{e}_n \quad (pies/seg^2)$$
$$\overline{a}_C = 34.64\overline{e}_t - 15.5\overline{e}_n \quad (pies/seg^2) \quad \rightarrow \quad \left|\overline{a}_C\right| = 37.95 \quad (pies/seg^2)$$

2.- Un manipulador robótico especial (ver figura) tiene cinco ejes rotatorios, con sus respectivas velocidades angulares. Para ω_1= 10, ω_2= 15, ω_3= 10, ω_4= 5 y ω_5= 20 rad/s, determine la aceleración angular del sensor óptico.



Solución

1).- Determinación de la velocidad y angular del sensor óptico 5, por el teorema de la adición.

$$\overline{\omega}_{5/\Im} = \overline{\omega}_{5/4} + \overline{\omega}_{4/3} + \overline{\omega}_{3/2} + \overline{\omega}_{2/1} + \overline{\omega}_{1/\Im}$$
$$\overline{\omega}_{5/\Im} = \overline{\omega}_5 + \overline{\omega}_4 + \overline{\omega}_3 + \overline{\omega}_2 + \overline{\omega}_1 \qquad \textbf{(1)}$$

2).- Calculo de la aceleración angular del sensor óptico 5, derivando (1) respecto al tiempo.

$$\dot{\bar{\omega}}_{5/\Im} = \dot{\bar{\omega}}_5 + (\bar{\omega}_4 + \bar{\omega}_3 + \bar{\omega}_2 + \bar{\omega}_1) x \bar{\omega}_5 + \dot{\bar{\omega}}_4 + (\bar{\omega}_3 + \bar{\omega}_2 + \bar{\omega}_1) x \bar{\omega}_4$$
$$+ \dot{\bar{\omega}}_3 + (\bar{\omega}_2 + \bar{\omega}_1) x \bar{\omega}_3 + \dot{\bar{\omega}}_2 + \bar{\omega}_1 x \bar{\omega}_2 + \dot{\bar{\omega}}_1$$

Si: $\dot{\bar{\omega}}_5 = \dot{\bar{\omega}}_4 = \dot{\bar{\omega}}_3 = \dot{\bar{\omega}}_2 = \dot{\bar{\omega}}_1 = \bar{0}$

$$\bar{\omega}_5 = -20\bar{i}\ (rad/seg)$$
$$\bar{\omega}_4 = 5(sen20^{\circ}\ \bar{j} - \cos 20^{\circ}\bar{k})(rad/seg)$$
$$\bar{\omega}_3 = 10\bar{i}\ (rad/seg)$$
$$\bar{\omega}_2 = 15\bar{i}\ (rad/seg)$$
$$\bar{\omega}_1 = 10i\bar{k}\ (rad/seg)$$

$$(\bar{\omega}_4 + \bar{\omega}_3 + \bar{\omega}_2 + \bar{\omega}_1) x \bar{\omega}_5 = \left[\ (10+15)\bar{i} + 1.71\bar{j} + (-4.698+10)\bar{k})x(-20\bar{i}\,)\right]$$
$$(\bar{\omega}_4 + \bar{\omega}_3 + \bar{\omega}_2 + \bar{\omega}_1) x \bar{\omega}_5 = -106.04\bar{j} + 34.2\bar{k} \quad (rad/seg)$$

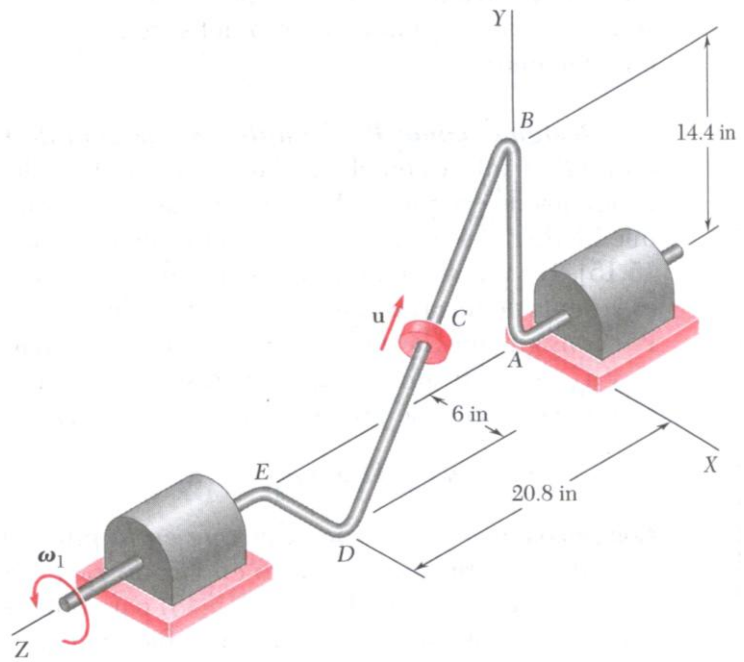
$$(\bar{\omega}_3 + \bar{\omega}_2 + \bar{\omega}_1) x \bar{\omega}_4 = \left[\ (25\bar{i} + 10\bar{k})x(1.71\bar{j} - 4.618\bar{k})\right]$$
$$(\bar{\omega}_3 + \bar{\omega}_2 + \bar{\omega}_1) x \bar{\omega}_4 = -17.1\bar{i} + 117.45\bar{j} + 42.75\bar{k} \quad (rad/seg)$$

$$(\bar{\omega}_2 + \bar{\omega}_1) x \bar{\omega}_3 = \left[\ (15\bar{i} + 10\bar{k})x10\bar{i}\ \right] = 100\bar{j} \quad (rad/seg)$$
$$\bar{\omega}_1 x \bar{\omega}_2 = 10\bar{k}\ x\,15\bar{i} = 150\bar{j} \quad (rad/seg)$$

Luego:

$$\dot{\bar{\omega}}_{5/\Im} = -17.1\bar{i} + (-106.04 + 117.45 + 100 + 150)\bar{j} + (34.2 + 42.75)\bar{k}$$
$$\dot{\bar{\omega}}_{5/\Im} = -17.1\bar{i} + 261.41\bar{j} + 76.95\bar{k} \quad (rad/seg^2)$$

3.- La barra doblada que se muestra gira a la velocidad constante ω_1= 5 rad/s y el collarín C se mueve hacia el punto B a una velocidad relativa constante *u* = 39 in/seg. Si se sabe que el collarín C se encuentra a la mitad entre los puntos B y D en el instante indicado, determine la velocidad y aceleración de C.



Solución

Sea el marco móvil la barra doblada ABDE al que llamaremos $\Re$ y el punto base o conveniente es D

1).- Calculo de movimiento del marco móvil, y de la velocidad y aceleración del punto base

$$\bar{\omega}_{\Re/\Im} = \bar{\omega}_1 = 5\bar{k}(rad/seg) \rightarrow \dot{\bar{\omega}}_1 = 0$$

$\bar{V}_D = \bar{\omega}_1 x \bar{r}_{ED} = 5\bar{k} x 6\bar{i} = 30\bar{j}$ (plg/seg)

$\bar{a}_D = -\omega_1{}^2 \bar{r}_{ED} = -25(6\bar{i}) = -150\bar{i}$ (plg/seg^2)

2).- Calculo del movimiento de C respecto al marco móvil

$$\bar{r}_{DC} = -3\bar{i} + 7.2\bar{j} - 10.4\bar{k}$$

$$\bar{V}_{C/\Re} = -39\left(\frac{-3\bar{i} + 7.2\bar{j} - 10.4\bar{k}}{13}\right) = -9\bar{i} + 21.6\bar{j} - 31.2\bar{k} \text{ (plg/seg)}$$

$$\bar{a}_{C/\Re} = \bar{0}$$

3) Calculo de la velocidad de C respecto al marco inercial tierra

$$\bar{V}_C = \bar{V}_D + \bar{\omega}_1 x \bar{r}_{DC} + \bar{V}_{C/\Re}$$

$$\bar{\omega}_1 x \bar{V}_{DC} = 5\bar{k} \ x(-3\bar{i} + 7.2\bar{j} - 10.4\bar{k}) = -36\bar{i} - 15\bar{j}$$

$$\bar{V}_C = (-9 - 36)\bar{i} + (30 + 21.6 - 15)\bar{j} - 31.2 \ \bar{k}$$

$$\bar{V}_C - 45\bar{i} + 36.6\bar{j} - 31.2\bar{k} \text{ (plg/seg)}$$

$$\left|\bar{V}_C\right| = 65.863 \text{ plg/seg}$$

$$\bar{a}_C = \bar{a}_D + \bar{\omega}_1 x(\bar{\omega}_1 \times \bar{r}_{DC}) + 2\bar{\omega}_1 x \bar{V}_{C/\Re} + \bar{a}_{C/\Re}$$

$$\bar{\omega}_1 x(\bar{\omega}_1 \times \bar{r}_{DC}) = 5\bar{k} \ x\ (-36\bar{i} - 15\bar{j}) = 75\bar{i} - 180\bar{j}$$

$$2\bar{\omega}_1 x \bar{V}_{C/\Re} = 10\bar{k} \ x\ (-9\bar{i} + 21.6\bar{j} - 31.2\bar{k}) = 216\bar{i} - 90\bar{j}$$

$$\bar{a}_C = (-150 + 75 - 216)\bar{i} + (-180 - 90)\bar{j} = -291\bar{i} - 270\bar{j} \text{ (plg/seg}^2\text{)}$$

$$\left|\bar{a}_C\right| = 396.96 \text{ plg/seg}^2$$