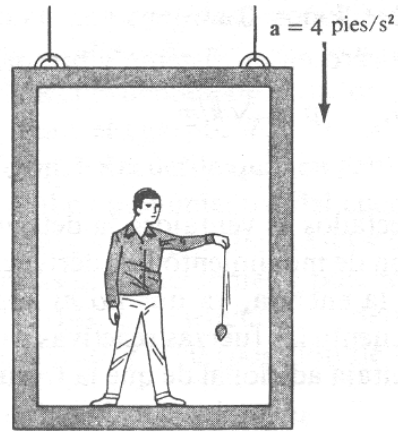
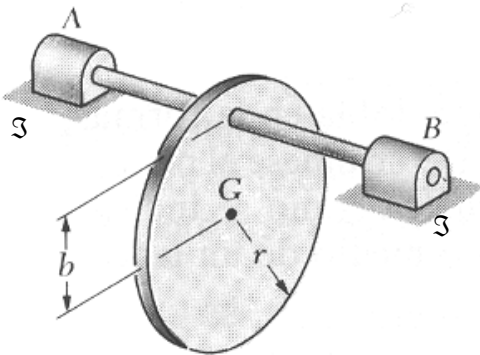


**PROBLEMAS PROPUESTOS**

5-1.- Mientras está parado en un elevador el hombre sostiene un péndulo que consiste de una cuerda de 18 plg y una lenteja de 0.5 lb. Si el elevador está descendiendo con una aceleración de  $a = 4$  pies/seg<sup>2</sup>. Usando la teoría de momentos y cantidad de movimiento angular, determínese el periodo natural de vibración para pequeñas amplitudes de oscilación.



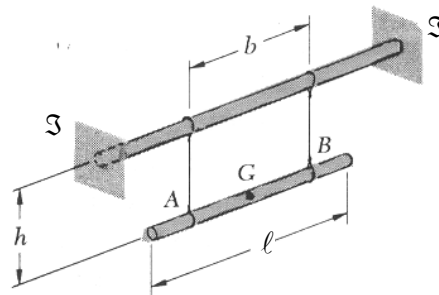
P5-1



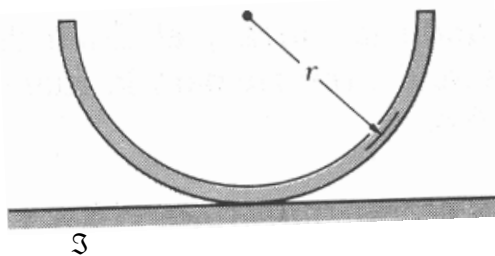
P5-2

5-2.- Un disco delgado de radio “r” puede oscilar respecto a un eje AB, situado como se indica, a una distancia b de su centro de masa G. Determínese: a) el periodo de oscilaciones pequeñas, si  $b = r$  y b) un segundo valor de b para el cual el periodo de oscilación es el mismo que en el apartado a).

5-3.- Una varilla de longitud  $\ell = 600$  mm se cuelga de dos cables verticales de longitud  $h = 300$  mm, ambos situados a una distancia  $\frac{1}{2} b$  ( $b = 400$ mm) de su centro de masa G. Determínese el periodo de oscilación cuando: a) se gira la barra un pequeño ángulo respecto de un plano vertical que pasa por G y se suelta y b) se le da a la barra una pequeña traslación horizontal a lo largo de AB y se suelta.



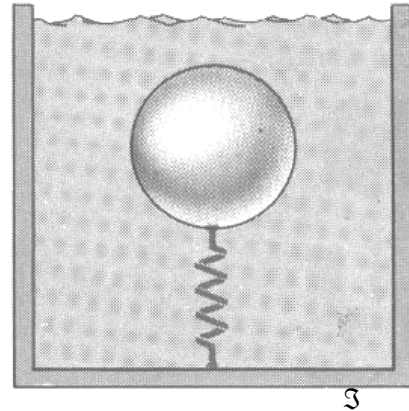
P5-3



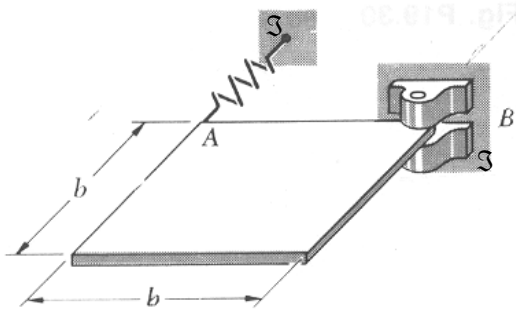
P5-4

5-4.- Una media sección de tubo se coloca sobre una superficie horizontal, se gira un ángulo pequeño y luego se suelta. Suponiendo que dicha sección se balancea sin deslizar, determínese el periodo de oscilación.

5-5.- Conforme un cuerpo sumergido se desplaza a través de un fluido, sus partículas se mueven alrededor del cuerpo y por lo tanto, adquieren energía cinética. En el caso de una esfera que se mueve en un fluido ideal, la energía cinética total adquirida por el fluido es  $\frac{1}{4} \rho V v^2$  donde  $\rho$  es la densidad máxima del fluido,  $V$  el volumen de la esfera y  $v$  la velocidad de la esfera. Considere un cascarón hueco de 1 lb de peso y de 3plg de radio, que se mantiene sumergido en un recipiente con agua, por un resorte de constante de 3 lb/plg. a) despreciando el rozamiento del fluido, determine el periodo de vibración del cascarón cuando se le desplaza verticalmente y después se suelta y b) resuélvase el apartado a) suponiendo que el recipiente es acelerado hacia arriba con una aceleración constante de 10 pies/seg<sup>2</sup>.

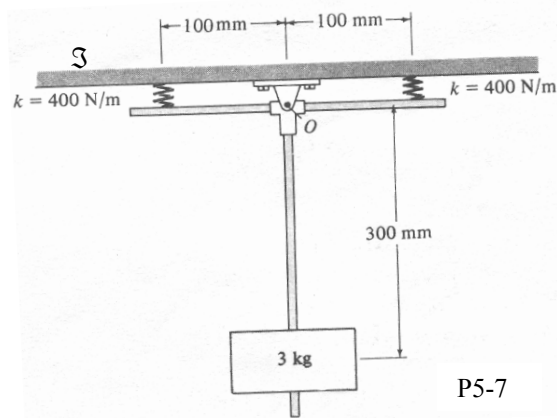


P5-5



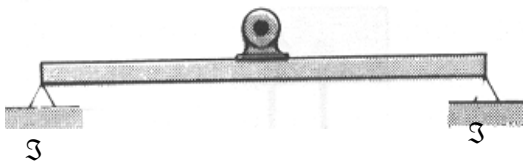
P5-6

5-6.- Una placa uniforme y cuadrada de masa  $m$ , se sostiene en un plano horizontal mediante un pasador en B y se une en A a un resorte de constante  $K$ . Si a la esquina A se le da un pequeño desplazamiento y se suelta determínese el periodo del movimiento resultante.



P5-7

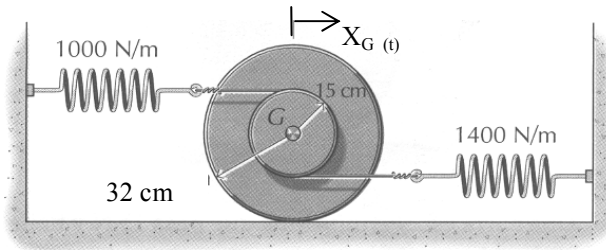
5-7.- El bloque A de 3 kg está fijo al extremo de un montaje de barra que tiene peso despreciable. Si ambos resortes de  $K = 400 \text{ N/m}$  no están deformados cuando el montaje está en la posición indicada. Usando métodos energéticos determine el periodo natural de vibración para el bloque cuando el sistema se gira ligeramente alrededor del punto O y se suelta.



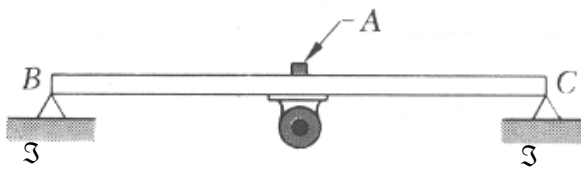
P5-8

5-8.- Un motor de 50 kg, se sostiene directamente mediante una viga ligera horizontal cuya deformación estática es de 6 mm, debida al peso del motor. El desequilibrio del motor es equivalente a una masa de 100 gr situada a 75 mm del eje de rotación. Si se sabe que la amplitud de la vibración del motor es de 0.8 mm a una velocidad de 400 RPM, determínese a) el factor de amortiguamiento y b) el coeficiente de amortiguamiento.

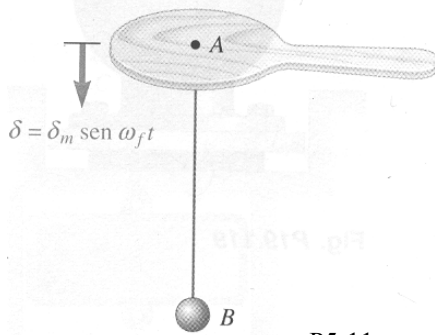
5-9.- Una rueda escalonada que pesa 90 N rueda por un plano horizontal, según se indica en la figura. Los resortes están unidos a hilos arrollados de manera segura sobre el cubo central de 32 cm de diámetro. Si el radio de giro en G del cilindro escalonado vale 225 mm, escribir la ecuación diferencial del movimiento para la posición  $X_G(t)$  del centro de masa del cilindro, y determinar la frecuencia y el periodo del movimiento vibratorio resultante.



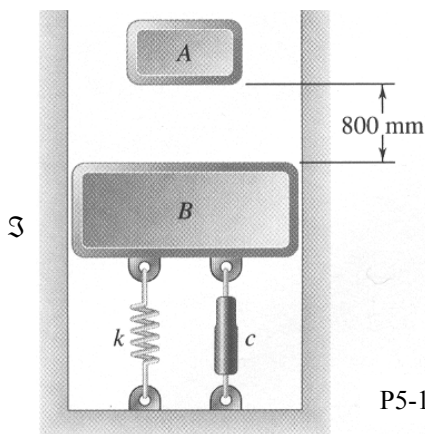
P5-9



P5-10



P5-11



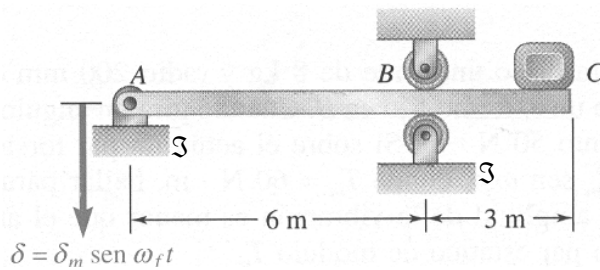
P5-12

5-10.- Un motor de velocidad variable está unido rígidamente a la viga BC. El motor está ligeramente desequilibrado y hace que la viga vibre con una frecuencia igual a la velocidad del motor. Cuando la velocidad es menor que 600 RPM o mayor de 1200RPM, se observa que un pequeño objeto, colocado en A permanece en contacto con la viga. Para una velocidad entre 600 a 1200 RPM se observa que el objeto “brinca” y realmente pierde contacto con la viga. Determinése la amplitud (deflexión estática) del movimiento de A cuando la velocidad del motor es a) 600 RPM y b) 1200RPM. Exprésese los resultados en S.I. y en unidades del sistema ingles.

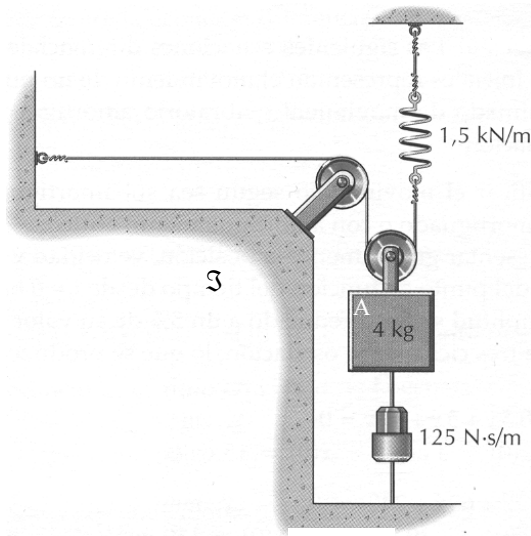
5-11.- Una pelota de 360 gr está unida a una paleta mediante un cordel elástico AB de constante  $K = 73$  N/m. Sabiendo que la paleta se mueve verticalmente conforme a la relación  $\delta = \delta_m \text{sen} \omega_f t$ , con una amplitud  $\delta_m = 200$  mm y una frecuencia  $f_f = 0.5$  Hz, hallar la amplitud de la parte estacionaria del movimiento de la pelota.

5-12.- Un bloque A de 4 kg se deja caer desde una altura de 800 mm sobre un bloque B de 9 kg. Este está soportado por un muelle de constante  $K = 1500$  N/m y sujeto a un amortiguador de coeficiente de amortiguamiento  $C = 230$  N-seg/m. Sabiendo que no hay rebote, hallar la distancia máxima que recorren los bloques tras el choque.

**5-13.-** Una viga ABC está soportada por una articulación en A y un juego de rodillos en B. Un bloque de 120 kg colocado en su extremo produce una flecha de 15 mm en C. Suponiendo que la articulación sufra en A un desplazamiento periódico  $\delta = \delta_m \text{ sen } \omega_f t$ , donde  $\delta_m = 10 \text{ mm}$  y  $\omega_f = 18 \text{ rad/seg}$  y que el apoyo B no se mueva, hallar la aceleración máxima del bloque C. Se desprecia la masa de la viga y se supone que el bloque no se separa de ella.



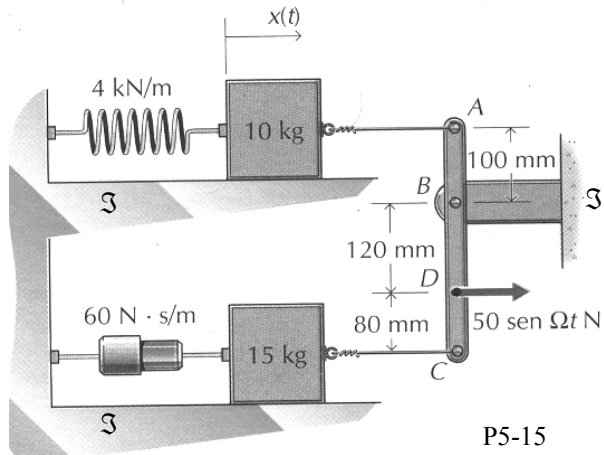
P5-13



P5-14

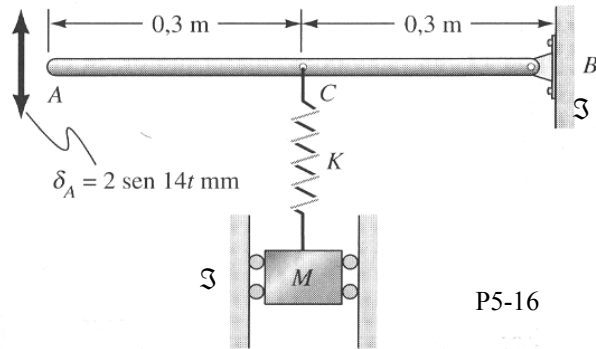
**5-14.-** Una masa A de 4 kg pende en un plano vertical, según se indica en la figura. El resorte de  $K = 1.5 \text{ KN/m}$  se halla sometido a tracción en todo momento y las poleas son pequeñas y extensa de rozamiento. Si se aplica una fuerza hacia abajo  $P(t) = 150 \text{ sen } 18 t$  (Newton) al bloque A;  $C = 125 \text{ N·seg/m}$ , y A se desplaza 15 mm por encima de su posición de equilibrio y se suelta dándole una velocidad hacia abajo de 750 mm/seg cuando  $t = 0$ . Determinése: a) la ecuación diferencial que rige el movimiento, b) la posición del bloque en función del tiempo.

**5-15.-** Las dos masas de la figura se deslizan por sendas superficies horizontales exentas de rozamiento. La barra ABC es de masa despreciable y está vertical en la posición de equilibrio. Si al punto D de la barra se aplica una fuerza  $P(t) = 50 \text{ sen } \Omega t$  (Newton). Determinése: a) la máxima amplitud de la oscilación estacionaria del bloque de 10 kg, b) el dominio de pulsaciones  $\Omega$  que hay que evitar para que la amplitud de la oscilación estacionaria del bloque de 10 kg no supere los 25 mm.

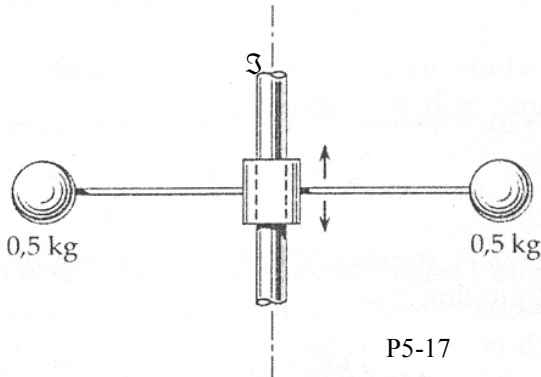


P5-15

**5-16.-** Una masa  $M$  de 0.5 kg está suspendida de una barra rígida  $AB$  a través de un resorte cuya constante  $K$  vale 100 N/m. Al extremo de la barra  $AB$  se le da un movimiento vertical sinusoidal  $\delta_A = 2 \text{ sen } 14t$  (mm), con  $t$  en segundos. ¿Cuál será la máxima fuerza sobre la barra en el punto  $C$ , mucho tiempo después de que el movimiento haya comenzado?



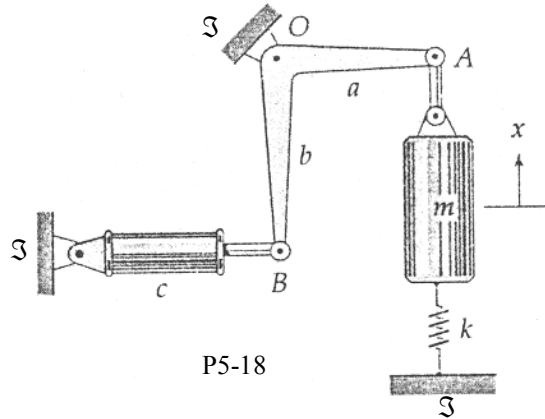
P5-16



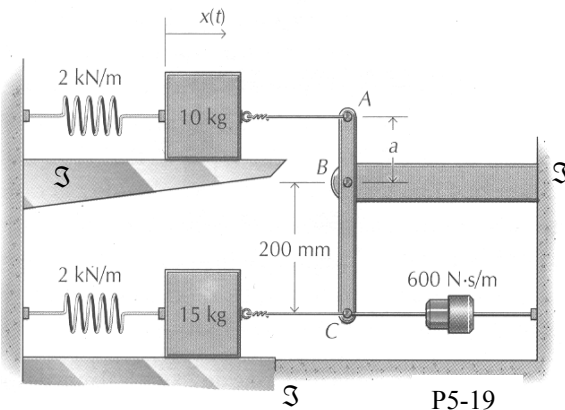
P5-17

**5-17.-** Cada una de las bolas de 0.5 kg está sujeta al extremo de la varilla elástica sin peso que flexiona 4 mm cuando recibe la aplicación estática de una fuerza de 2 N. Si el collarín central recibe un movimiento armónico vertical de frecuencia 4 Hz y una amplitud de 3 mm, hallar la amplitud  $Y_0$  de la oscilación vertical de cada bola.

**5.18.-** Para el sistema representado escribir la ecuación diferencial de su movimiento en función de la variable  $X$ . Hallar la expresión del índice de amortiguamiento  $\eta$  en función de las constantes del sistema indicadas. Despreciar la masa de la palanca  $AB$  y suponer que se efectúan pequeñas oscilaciones en torno a la posición de equilibrio representada.



P5-18

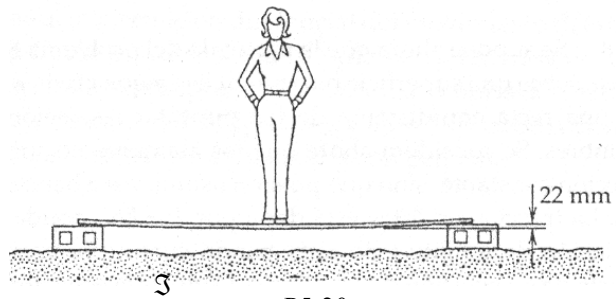


P5-19

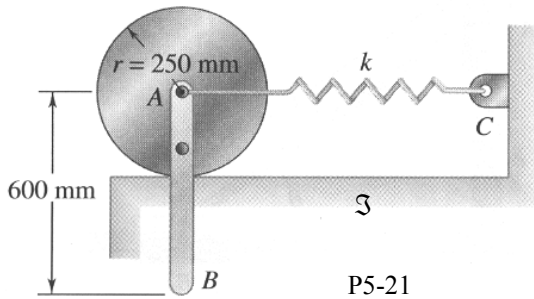
**5-19.-** Las dos masas de la figura se deslizan por sendas superficies horizontales exentas de rozamiento. En la posición de equilibrio, la barra  $ABC$  está vertical, siendo despreciable su masa. Si  $a = 100$  mm y se supone oscilaciones de pequeña amplitud, determinar:

- La razón de amortiguamiento  $\eta$ .
- El tipo de movimiento (Subamortiguado, sobreamortiguado o críticamente amortiguado).
- La frecuencia y periodo del movimiento (Si procede).
- El valor de "a" que da amortiguamiento crítico.

5-20.- Una mujer de 55 kg se halla de pie en el centro de un tabón apoyado por los extremos y produce una flecha de 22 mm en el centro. Si dobla levemente las rodillas con el objeto de provocar una vibración vertical, ¿cuál será la frecuencia natural  $f_n$  del movimiento? Se supondrá que el tablón responde elásticamente y se despreciará su relativa pequeña masa.

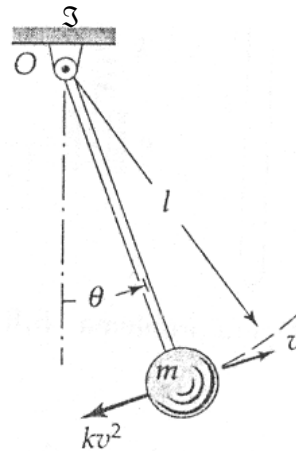


P5-20



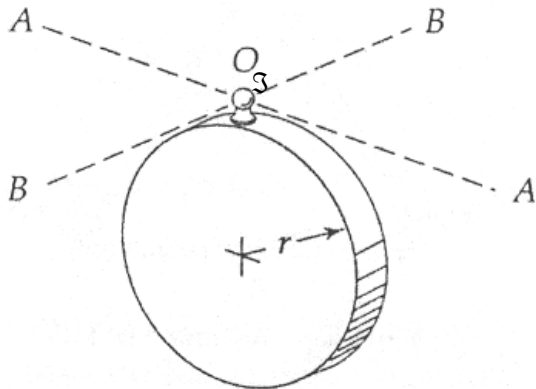
P5-21

5-21.- Una varilla AB de 800 gr está atornillada a un disco de 1.2 kg. El centro A de éste, está sujeto a un muelle de constante  $K = 12 \text{ N/m}$  cuyo otro extremo C está unido a una pared. Sabiendo que el disco rueda sin deslizar, hallar el periodo de las pequeñas oscilaciones.



P5-22

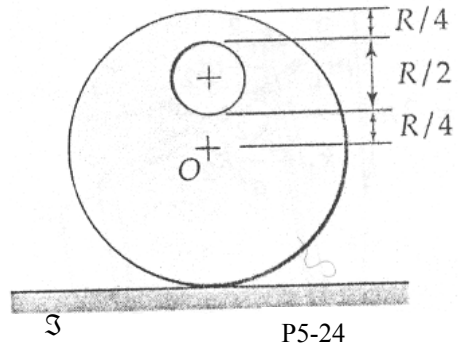
5-22.- La lenteja esférica del péndulo de la figura oscila en el seno de un fluido que le ejerce una fuerza resistente de la forma  $Kv^2$ , donde K es una constante y v es la velocidad de la lenteja. Si la masa de ésta es m y puede despreciarse la masa, resistencia de la varilla y el rozamiento en la suspensión, deducir la ecuación diferencial del movimiento del péndulo para pequeñas oscilaciones.



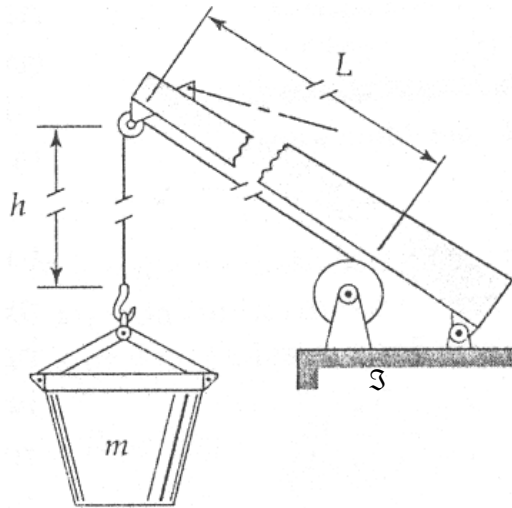
P5-23

5-23.- El disco uniforme cuelga de una rótula (no representada) que encaja en la pequeña bola O. Hallar el período del pequeño movimiento si el disco se balancea libremente alrededor: a) del eje A-A y b) del eje B-B. Despreciar el leve descentrado, la masa y el rozamiento de la bola.

5-24.- En el cilindro de radio  $R$  se práctica, como se muestra, un orificio de radio  $R/4$  para formar un cuerpo de masa  $m$ . Si éste rueda sin deslizamiento por la superficie horizontal, hallar el período de sus pequeñas oscilaciones.



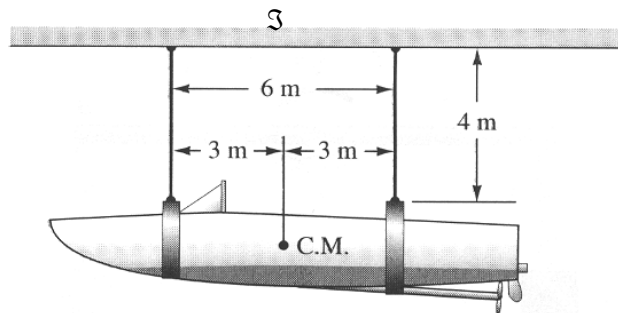
P5-24



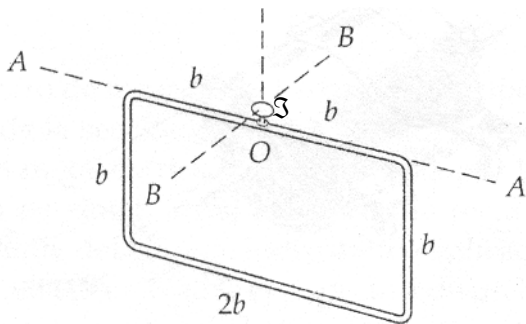
P5-25

5-25.- La tolva de cemento tiene una masa total  $m = 5500$  kg y está siendo descendida a  $1.2$  m/seg cuando el tambor izador se detiene repentinamente. Hallar el desplazamiento descendente adicional  $\Delta h$  de la tolva y la frecuencia  $f_n$  de la consiguiente vibración de la tolva para  $h = 12$  m. La longitud del cable de acero de  $25$  mm de diámetro es  $L = 15$  m entre la polea y el tambor. El módulo elástico del acero es  $E = 200$  GPa. (Recuérdese que  $E = \sigma/\epsilon$ , donde el esfuerzo  $\sigma$  es fuerza por unidad de superficie y la deformación  $\epsilon$  es el alargamiento elástico por unidad de longitud).

5-26.- ¿Cuál es el radio de giro de la lancha rápida respecto a un eje que pase por su centro de masa, si se sabe que el bote oscilará alrededor de su eje vertical una vez por segundo? La masa del bote es de  $5500$  kg.



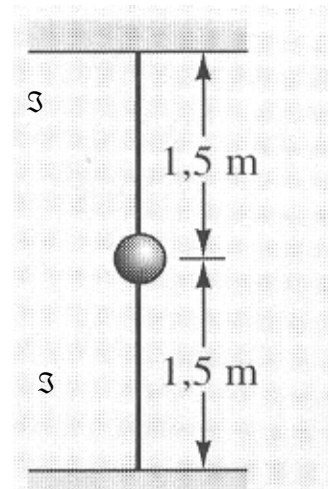
P5-26



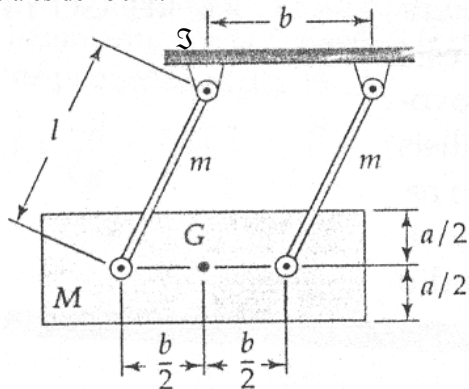
P5-27

5-27.- El marco rectangular está construido de varillas delgadas uniformes y cuelga de una rótula (no representada) que encaja en la pequeña bola situada en  $O$ . Si se hace que el rectángulo se balancee alrededor del eje  $A-A$ , hallar la frecuencia circular natural de las pequeñas oscilaciones. Despreciar el leve descentrado, la masa y el rozamiento de la bola.

**5-28.-** Una pequeña esfera de 2.5 kg de masa se sostiene mediante dos cordones elásticos y tensos sobre un plano sin rozamiento. Si se necesita una fuerza de 225 N para producir un alargamiento de 25 mm de cada cordón, ¿cuál será la frecuencia circular natural para pequeñas oscilaciones del cuerpo en dirección transversal? Además determinar la frecuencia circular natural del peso en la dirección de los cordones, también para pequeñas oscilaciones. Ignorar la masa de los cordones. La fuerza de tracción en los cordones en la configuración que se muestra es de 450 N.



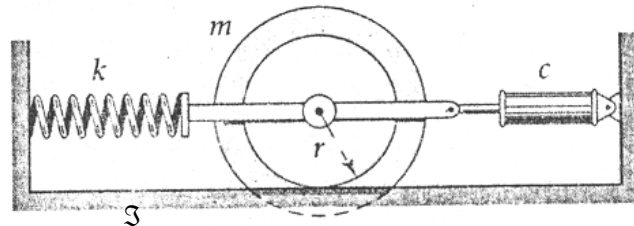
P5-28



P5-29

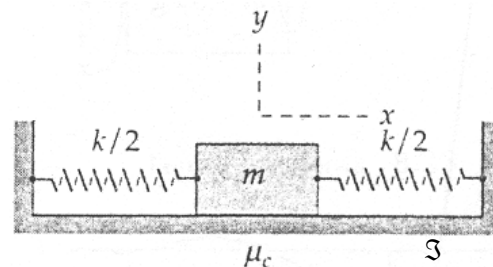
**5-29.-** El Bloque de masa  $M$  está suspendida mediante las dos varillas delgadas uniformes de masa  $m$  cada una. Hallar la pulsación natural  $\omega_n$  de las pequeñas oscilaciones del sistema.

**5-30.-** Calcular el índice de amortiguamiento  $\eta$  del sistema representado, si la masa y el radio de giro del cilindro escalonado son  $m = 9 \text{ kg}$  y  $K_G = 140 \text{ mm}$ , la constante del resorte es  $K = 2.6 \text{ KN/m}$  y el coeficiente de amortiguamiento del cilindro hidráulico es  $C = 30 \text{ N-seg/m}$ . El cilindro rueda sin deslizamiento sobre su radio  $r = 150 \text{ mm}$  y el resorte resiste tanto a la tracción como a la compresión.



P5-30

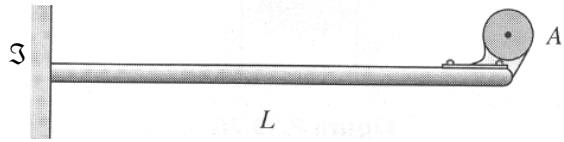
**5-31.-** Estudiar el caso de amortiguamiento de Coulomb para el bloque de la figura, en la que el coeficiente de rozamiento cinético  $\mu_c$  y cada resorte posee una rigidez  $K/2$ . El bloque se separa una distancia  $X_0$  de la posición neutra y luego se suelta. Encontrar y resolver la ecuación diferencial del movimiento. Representar gráficamente la oscilación resultante e indicar la velocidad de decrecimiento "r" de la amplitud por unidad de tiempo.



P5-31

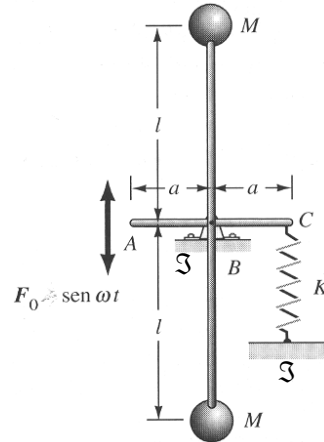


**5-32.-** Una viga ménsula de longitud  $L$  tiene un motor eléctrico  $A$  de  $100\text{ N}$  de peso fijado en su extremo libre. Dicho extremo desciende  $12\text{ mm}$  cuando se fija el motor. Si el centro de masa del rotor está a una distancia de  $2\text{ mm}$  del eje de rotación del mismo, ¿cuál será la amplitud de vibración del motor cuando éste esté girando a  $1750\text{ RPM}$ ? El rotor pesa  $40\text{ N}$ . Ignorar la masa de la viga y la fricción molecular en está.

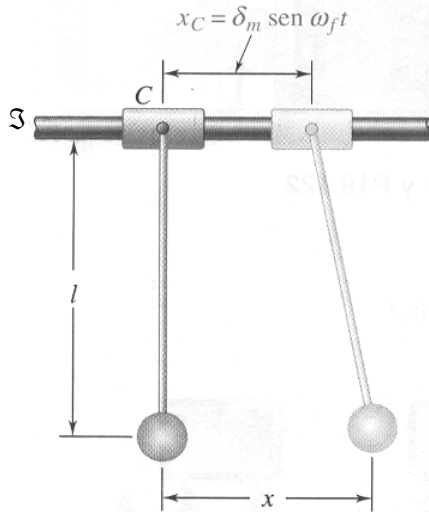


P5-32

**5-33.-** Dos esferas de  $M = 2\text{ kg}$  de masa cada una están soldadas a una barra ligera que está articulada en el punto  $B$ . Una segunda barra ligera  $AC$  está soldada a la anterior. Se aplica una perturbación en el punto  $A$  igual a  $F = F_0 \sin \omega t$ . En el otro extremo  $C$ , se encuentra un muelle recuperador que cuando  $AC$  está horizontal no presenta deformación. ¿Cuál es el ángulo de rotación del sistema  $10\text{ seg}$  después de la aplicación de la carga sinusoidal? El sistema está estacionario en el instante  $t = 0$ . Tomar:  $\omega = 13\text{ rad/seg}$ ,  $\ell = 300\text{ mm}$ ,  $K = 7\text{ N/m}$ ,  $F_0 = 10\text{ N}$  y  $a = 100\text{ mm}$ .

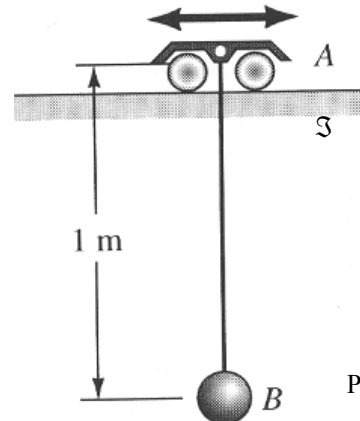


P5-33



P5-34

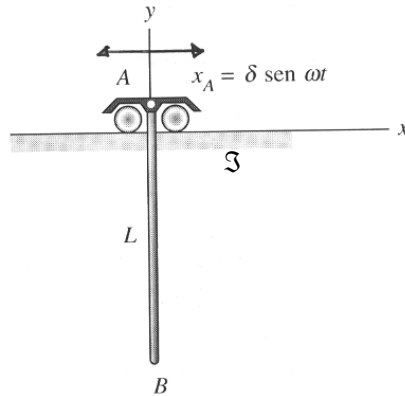
**5-34.-** La lenteja de  $1.2\text{ kg}$  de un péndulo simple de longitud  $\ell = 600\text{ mm}$  cuelga de una corredera  $C$  de  $1.4\text{ kg}$ . Éste ejecuta un movimiento forzado según la relación  $X_C = \delta_m \sin \omega_f t$ , con una amplitud  $\delta_m = 10\text{ mm}$  y una frecuencia  $f_f = 0.5\text{ Hz}$ . Hallar la amplitud del movimiento.



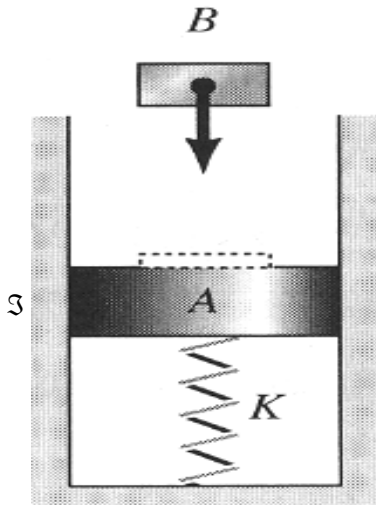
P5-35

**5-35.-** Un péndulo  $B$  de peso  $w$  está suspendido de un vehículo  $A$  que sigue un movimiento  $X_A = \delta \sin \omega t$ . Si  $\delta$  es muy pequeña, ¿cuál debería ser  $\omega$  para que el péndulo  $B$  tenga una amplitud de movimiento igual a  $1.5\delta$ ?

5-36.- Una barra de longitud  $L$  y peso  $w$  está suspendida de un soporte ligero en el punto A. Este soporte recibe un movimiento  $X_A = \delta \sin \omega t$ , donde  $\delta$  es muy pequeña comparado con  $L$ . ¿A qué frecuencia  $\omega$ , debería A moverse si la amplitud del movimiento del extremo B, debe ser igual a  $1.5\delta$ ?



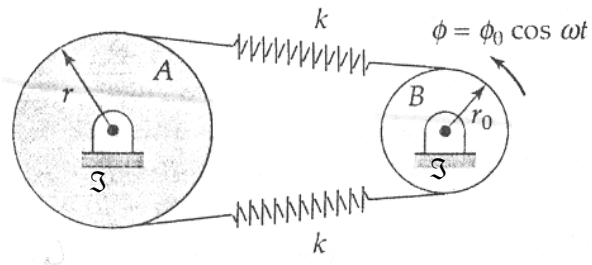
P5-36



P5-37

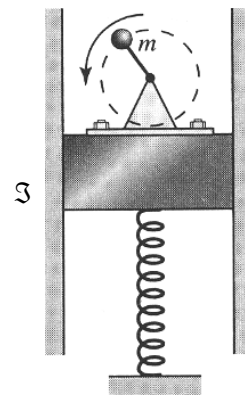
5-37.- Un sólido rígido A descansa sobre un muelle de rigidez  $K$  igual a  $8.8 \text{ N/mm}$ . Un taco de plomo B cae sobre el bloque A con una velocidad de impacto de  $7 \text{ m/seg}$ . Si el impacto es perfectamente plástico, ¿cuáles serán la frecuencia circular natural y la amplitud del movimiento del sistema, suponiendo que el taco de plomo queda pegado a A durante todo el tiempo? Tomar  $w_A = 134 \text{ N}$  y  $w_B = 22 \text{ N}$ , ¿cuál será la distancia recorrida por A en  $20 \text{ msec}$ ? (Precaución: tener cuidado con las condiciones iniciales).

5-38.- El cilindro A de radio  $r$ , masa  $m$  y radio de giro  $K_0$  es accionado por un sistema de cable y resorte unido al cilindro motor B, que oscila como indica. Si los cables no resbalan en los cilindros y si ambos resortes se tensan hasta el punto de no aflojarse durante un ciclo, hallar la expresión de la amplitud máxima  $\theta_{\max}$  de la oscilación estacionaria del cilindro A.



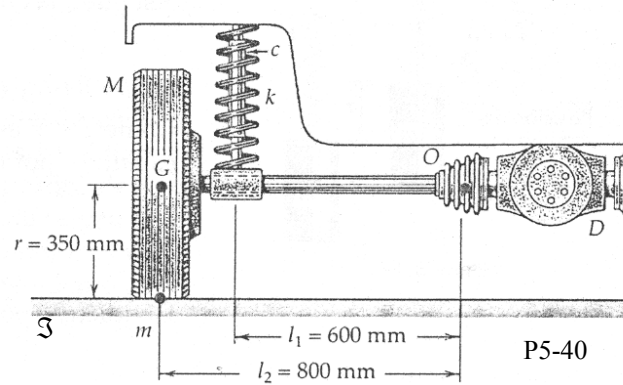
P5-38

5-39.- Una plataforma de  $222 \text{ N}$  de peso comprime el muelle  $50 \text{ mm}$  cuando se coloca cuidadosamente sobre éste. Un motor de  $22 \text{ N}$  de peso está fijado sobre la plataforma y hace girar una masa excéntrica  $m$  que pesa  $1 \text{ N}$ . La masa  $m$  se desplaza  $150 \text{ mm}$  respecto a su eje de rotación y gira con una velocidad angular de  $28 \text{ rad/seg}$ . El amortiguamiento viscoso que está presente produce una resistencia al movimiento de la plataforma de  $275 \text{ N/(m/seg)}$ , ¿cuál será la amplitud estacionaria del movimiento de la plataforma?



P5-39

**5-40.-** En la figura se ilustra los elementos que componen la suspensión trasera tipo “eje oscilante” de los automóviles. El diferencial D está unido rígidamente al chasis del vehículo. Los semiejes están articulados en sus extremos interiores (punto O del semieje representado) y están unidos rígidamente a las ruedas. Otros componentes de la suspensión, que no se representan, limitan el movimiento de la rueda al plano de la figura. El conjunto de rueda y neumático tiene una masa  $M = 45 \text{ kg}$  y su momento de inercia respecto a un eje diametral que pase por el centro de masa G es  $1.4 \text{ kg m}^2$ . La masa del semieje es despreciable.



La constante del resorte y el coeficiente de amortiguamiento son  $K = 8.75 \text{ KN/m}$  y  $C = 2\,600 \text{ N seg/m}$  respectivamente. Si se presenta un desequilibrio estático en la cubierta de la rueda, como el que supone la masa adicional concentrada  $m = 0,25 \text{ kg}$  que se indica, hallar la velocidad angular  $\omega_n$  cuyo efecto sería excitar el sistema de suspensión a su frecuencia natural no amortiguada. ¿Cuál sería la correspondiente celeridad  $v$  del vehículo? Hallar el índice de amortiguamiento  $\eta$ . Suponer pequeñas oscilaciones y despreciar los efectos giroscópicos y las vibraciones del chasis. Para eludir las complicaciones asociadas con la fuerza normal variable que la calzada ejerce sobre la rueda, se tratará al vehículo como si estuviera despegado del suelo con la rueda suspendida libremente en el aire.